# Il partitore di corrente

Come il partitore di tensione ci permette di calcolare le “parti di tensione” assorbite dalle singole resistenze in una serie, le singole “cadute di tensione”, il partitore di corrente ci permette di calcolare la “parti di corrente” che vanno sui singoli rami in un parallelo.

## Caso semplice: 2 resistenze

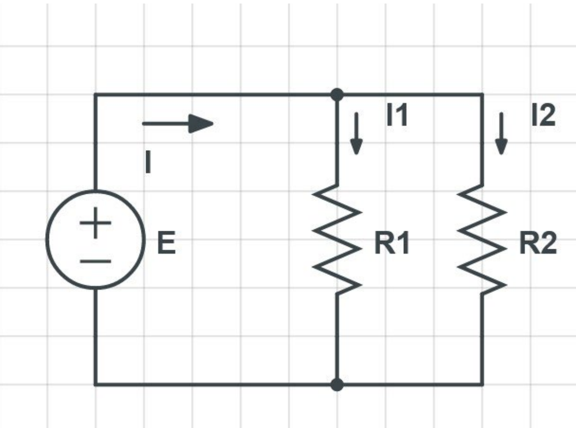



*Figura 1*

La KCL ci dice che la somma algebrica delle correnti entranti ed uscenti in un nodo è pari a zero quindi le correnti entranti sono equivalenti a quelle uscenti.

$I = I_1 + I_2$

Le singole correnti si possono calcolare dalle maglie in figura 2 e figura 3 mentre l’altra maglia del circuito, non avendo forze elettro-motrici, non presenta cadute di tensione ne correnti.

Le correnti delle maglie in esame hanno formula: $I_1 = \frac{E}{R_1}$; $I_2 = \frac{E}{R_2}$

Tenuto conto della KCL possiamo affermare che:

$$I = \frac{E}{R_1} + \frac{E}{R_2}; I = E \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

$$I = E \cdot \left(\frac{R_2}{R_1 \cdot R_2} + \frac{R_1}{R_1 \cdot R_2}\right)$$

$$I = E \cdot \left(\frac{R_1+R_2}{R_1 \cdot R_2}\right); \frac{I}{\left(\frac{R_1+R_2}{R_1 \cdot R_2}\right)} = \frac{E \cdot \cancel{\left(\frac{R_1+R_2}{R_1 \cdot R_2}\right)}}{\cancel{\left(\frac{R_1+R_2}{R_1 \cdot R_2}\right)}}$$

$$E = I \cdot \frac{1}{\left(\frac{R_1+R_2}{R_1 \cdot R_2}\right)}; E = I \cdot \frac{1 \cdot \left(\frac{R_1 \cdot R_2}{R_1+R_2}\right)}{1 \cdot \cancel{\left(\frac{R_1+R_2}{R_1 \cdot R_2}\right)} \cdot \cancel{\left(\frac{R_1 \cdot R_2}{R_1+R_2}\right)}}$$

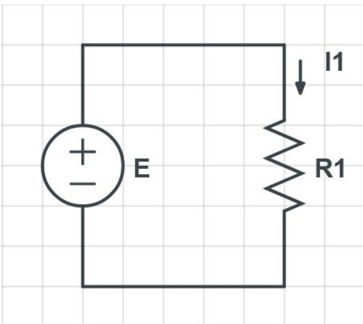



*Figura 2*

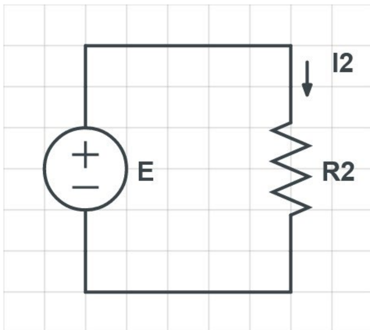



*Figura 3*

$$\boldsymbol{E = I \cdot \left(\frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}\right)}$$

**Nella formula qui sopra vediamo come la Resistenza equivalente R nella formula della legge di Ohm sia l’equivalente delle resistenze in parallelo come visto nelle scorse dispense.**

Ora che abbiamo trovato E possiamo sostituirla nelle formule delle correnti di ramo ottenendo quanto segue:

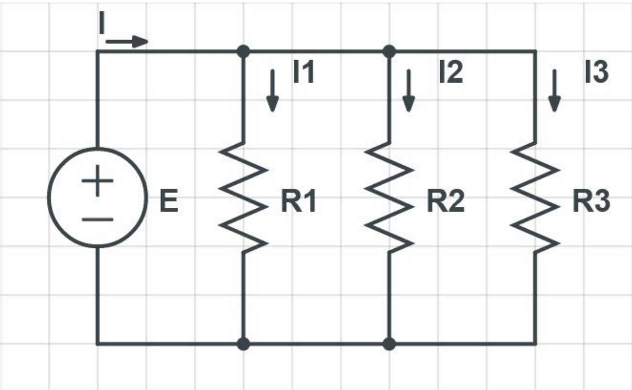
$$I_1 = \frac{E}{R_1} \rightarrow I_1 = \frac{I \cdot \left(\frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}\right)}{R_1} \rightarrow I_1 = \frac{I \cdot \left(\frac{\cancel{R_1} \cdot R_2}{R_1 + R_2}\right)}{\cancel{R_1}} \rightarrow \boldsymbol{I_1 = I \cdot \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2}\right)}$$

$$I_2 = \frac{E}{R_2} \rightarrow I_2 = \frac{I \cdot \left(\frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}\right)}{R_2} \rightarrow I_2 = \frac{I \cdot \left(\frac{R_1 \cdot \cancel{R_2}}{R_1 + R_2}\right)}{\cancel{R_2}} \rightarrow \boldsymbol{I_2 = I \cdot \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2}\right)}$$

Come si può notare abbiamo ottenuto la corrente di ramo (la nostra "parte" di corrente") in funzione di quella erogata I.

Il partitore di corrente, in una situazione di parallelo di due rami, si ottiene moltiplicando la corrente erogata per il rapporto tra la resistenza sull'altro ramo divisa la somma dei valori delle due resistenze.

## Caso generale: tre o più resistenze




Partiamo sempre dalla KCL

$$I = I_1 + I_2 + I_3$$

Le correnti di maglia sono:

$$I_1 = \frac{E}{R_1};\ I_2 = \frac{E}{R_2};\ I_3 = \frac{E}{R_3}$$

quindi

$$I = \frac{E}{R_1} + \frac{E}{R_2} + \frac{E}{R_3}$$

$$I = E \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right) \rightarrow I = E \cdot \left(\frac{1 \cdot R_2 \cdot R_3}{R_1 \cdot R_2 \cdot R_3} + \frac{1 \cdot R_1 \cdot R_3}{R_1 \cdot R_2 \cdot R_3} + \frac{1 \cdot R_1 \cdot R_2}{R_1 \cdot R_2 \cdot R_3}\right)$$

$$I = E \cdot \left(\frac{R_2 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_2}{R_1 \cdot R_2 \cdot R_3}\right)$$

$$\frac{I}{\left(\frac{R_2 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_2}{R_1 \cdot R_2 \cdot R_3}\right)} = E \cdot \frac{\cancel{\left(\frac{R_2 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_2}{R_1 \cdot R_2 \cdot R_3}\right)}}{\cancel{\left(\frac{R_2 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_2}{R_1 \cdot R_2 \cdot R_3}\right)}}$$

$$E = \frac{I}{\left(\frac{R_2 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_2}{R_1 \cdot R_2 \cdot R_3}\right)}$$

$$E = I \cdot \frac{\left(\frac{R_1 \cdot R_2 \cdot R_3}{R_2 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_2}\right)}{\cancel{\left(\frac{R_2 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_2}{R_1 \cdot R_2 \cdot R_3}\right)} \cdot \cancel{\left(\frac{R_1 \cdot R_2 \cdot R_3}{R_2 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_2}\right)}}$$

$$E = I \cdot \left(\frac{R_1 \cdot R_2 \cdot R_3}{R_2 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_2}\right)$$

**Come prima vediamo che il termine R della legge di Ohm corrisponderebbe alla resistenza equivalente di un parallelo, infatti, è dimostrabile che $\left(\frac{R_1 \cdot R_2 \cdot R_3}{R_2 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_2}\right)$ corrisponda al reciproco della somma dei reciproci dei valori delle 3 resistenze.**

Ora che abbiamo trovato la E la sostituiamo nelle formule delle correnti di ramo

$$I_1 = \frac{I \cdot \left(\frac{R_1 \cdot R_2 \cdot R_3}{R_2 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_2}\right)}{R_1} \rightarrow I_1 = I \cdot \frac{\left(\frac{\cancel{R_1} \cdot R_2 \cdot R_3}{R_2 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_2}\right)}{\cancel{R_1}}$$

$$\boldsymbol{I_1 = I \cdot \left(\frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_2}\right)}$$

$$I_2 = \frac{I \cdot \left(\frac{R_1 \cdot R_2 \cdot R_3}{R_2 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_2}\right)}{R_2} \rightarrow I_2 = I \cdot \frac{\left(\frac{R_1 \cdot \cancel{R_2} \cdot R_3}{R_2 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_2}\right)}{\cancel{R_2}}$$

$$\boldsymbol{I_2 = I \cdot \left(\frac{R_1 \cdot R_3}{R_2 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_2}\right)}$$

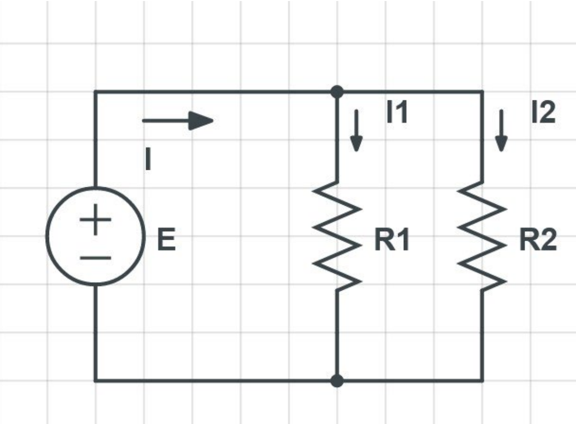
$$I_3 = \frac{I \cdot \left(\frac{R_1 \cdot R_2 \cdot R_3}{R_2 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_2}\right)}{R_3} \rightarrow I_3 = I \cdot \frac{\left(\frac{R_1 \cdot R_2 \cdot \cancel{R_3}}{R_2 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_2}\right)}{\cancel{R_3}}$$

$$\boldsymbol{I_3 = I \cdot \left(\frac{R_1 \cdot R_2}{R_2 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_2}\right)}$$

**Come si osserva, le correnti di ramo si ottengono dal prodotto tra la corrente erogata ed il rapporto tra i valori delle resistenze degli altri rami e la somma dei prodotti dei valori delle singole resistenze nel parallelo prese a due a due.**

## Esempi

Vediamo ora due esempi, un caso semplice, con due resistenze, ed uno più complesso con tre.




$E = 10[V]$

$R_1 = 100[\Omega]$

$R_2 = 300[\Omega]$

Ricordando che nel caso in esame (2 resistenze)

$$\boldsymbol{E = I \cdot \left(\frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}\right)}$$

Calcoliamo la corrente secondo la formula

$$\boldsymbol{I = E \cdot \left(\frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2}\right)} \rightarrow I = 10[V] \cdot \frac{4 \cdot 10^2 \cancel{[\Omega]}}{3 \cdot 10^4 [\Omega \cdot \cancel{\Omega}]} \rightarrow I = \left(\frac{4}{3} \cdot \frac{10^3}{10^4}\right) \frac{[V]}{[\Omega]}$$

$$I = \left(\frac{4}{3} \cdot \frac{10^3}{10^4}\right) [A] \rightarrow \boldsymbol{I = \frac{4}{30} [A]}$$

Abbiamo trovato la I, ora possiamo calcolare le correnti di ramo sfruttando la regola del partitore di corrente:

$$\boldsymbol{I_1 = I \cdot \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2}\right); \; I_2 = I \cdot \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2}\right)}$$

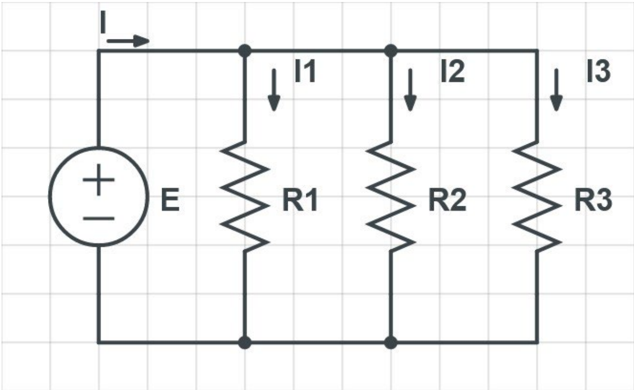
$$I_1 = \frac{4}{30}[A] \cdot \left(\frac{300[\Omega]}{100[\Omega] + 300[\Omega]}\right); \; I_2 = \frac{4}{30}[A] \cdot \left(\frac{100[\Omega]}{100[\Omega] + 300[\Omega]}\right)$$

$$I_1 = \frac{4}{30}[A] \cdot \left(\frac{\cancel{300[\Omega]}}{\cancel{400[\Omega]}}\right); \; I_2 = \frac{4}{30}[A] \cdot \left(\frac{\cancel{100[\Omega]}}{\cancel{400[\Omega]}}\right)$$

$$I_1 = \left(\frac{4}{\cancel{3} \cdot 10} \cdot \frac{\cancel{3}}{4}\right)[A]; \; I_2 = \left(\frac{4}{30} \cdot \frac{1}{4}\right)[A]$$

$$\boldsymbol{I_1 = \left(\frac{1}{10}\right)[A]; \; I_2 = \left(\frac{1}{30}\right)[A]}$$

Com’è possibile osservare la somma delle correnti di ramo equivale alla corrente erogata.




$E = 10[V]$

$R_1 = 100[\Omega]$

$R_2 = 300[\Omega]$

$R_3 = 75[\Omega]$

Siamo ora nel caso generale con tre o più resistenze quindi la formula della E sarà

$$E = I \cdot \left(\frac{R_1 \cdot R_2 \cdot R_3}{R_2 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_2}\right)$$

Di conseguenza la corrente erogata sarà

$$I = E \cdot \left(\frac{R_2 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_2}{R_1 \cdot R_2 \cdot R_3}\right)$$

$$I = 10[V] \cdot \left(\frac{300[\Omega] \cdot 75[\Omega] + 100[\Omega] \cdot 75[\Omega] + 100[\Omega] \cdot 300[\Omega]}{100[\Omega] \cdot 300[\Omega] \cdot 75[\Omega]}\right)$$

$$I = 10[V] \cdot \left(\frac{225 \cdot 10^2[\Omega^2] + 75 \cdot 10^2[\Omega^2] + 3 \cdot 10^4[\Omega^2]}{225 \cdot 10^4[\Omega^3]}\right)$$

$$I = 10[V] \cdot \left(\frac{225 + 75 + 3 \cdot 10^2}{225 \cdot 10^2} \cdot \frac{\cancel{10^2}[\cancel{\Omega^2}]}{\cancel{10^2}[\Omega^{\cancel{3}}]}\right)$$

$$I = 10[V] \cdot \left(\frac{\cancel{3} \cdot (75 + 25 + 1 \cdot 10^2)}{75 \cdot \cancel{3} \cdot 10^2[\Omega]}\right) \rightarrow I = 10[V] \cdot \left(\frac{100 + 100}{75 \cdot 10^2[\Omega]}\right)$$

$$I = 10[V] \cdot \left(\frac{2 \cdot \cancel{10^2}}{75 \cdot \cancel{10^2}[\Omega]}\right) \rightarrow I = (2 \cdot \cancel{5})[V] \cdot \frac{2}{(\cancel{5} \cdot 15)[\Omega]} \rightarrow I = \frac{4[V]}{15[\Omega]} \rightarrow I = \frac{4}{15}[A]$$

$$\boldsymbol{I = \frac{4}{15}[A]}$$

Ora che abbiamo trovato la I possiamo applicare la regola del partitore di corrente per trovare le correnti di ramo.

$$\boldsymbol{I_1 = I \cdot \left(\frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_2}\right);\ I_2 = I \cdot \left(\frac{R_1 \cdot R_3}{R_2 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_2}\right);}$$

$$\boldsymbol{I_3 = I \cdot \left(\frac{R_2 \cdot R_1}{R_2 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_2}\right)}$$

$$I_1 = \frac{4}{15}[A] \cdot \left(\frac{300[\Omega] \cdot 75[\Omega]}{300[\Omega] \cdot 75[\Omega] + 100[\Omega] \cdot 75[\Omega] + 100[\Omega] \cdot 300[\Omega]}\right)$$

$$I_1 = \frac{4}{15}[A] \cdot \left(\frac{(3 \cdot 10^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5)[\Omega^2]}{(3 \cdot 10^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5)[\Omega^2] + (10^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5)[\Omega^2] + (3 \cdot 10^2 \cdot 10^2)[\Omega^2]}\right)$$

$$I_1 = \frac{4}{15}[A] \cdot \left( \frac{(\cancel{3 \cdot 10^2} \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5)\cancel{[\Omega^2]}}{(\cancel{3 \cdot 10^2})\cancel{[\Omega^2]} \cdot \left( (3 \cdot 5 \cdot 5) + (5 \cdot 5) + (10^2) \right)} \right)$$

$$I_1 = \frac{4}{\cancel{3 \cdot 5}}[A] \cdot \left( \frac{\cancel{3 \cdot 5} \cdot 5}{(3 \cdot 5 \cdot 5) + (5 \cdot 5) + (10^2)} \right) \rightarrow I_1 = \frac{4 \cdot 5}{75 + 25 + 100}[A]$$

$$I_1 = \frac{20}{200}[A] \rightarrow \boldsymbol{I_1 = \frac{1}{10}[A]}$$

Passiamo alla seconda equazione:

$$I_2 = \frac{4}{15}[A] \cdot \left( \frac{100[\Omega] \cdot 75[\Omega]}{300[\Omega] \cdot 75[\Omega] + 100[\Omega] \cdot 75[\Omega] + 100[\Omega] \cdot 300[\Omega]} \right)$$

*In questa equazione vediamo che al numeratore abbiamo esattamente un terzo del valore rispetto alla precedente quindi ne approfitteremo semplificandola come segue:*

$$I_2 = \frac{I_1}{3}[A] \rightarrow I_2 = \left( \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{3} \right)[A] \rightarrow \boldsymbol{I_2 = \frac{1}{30}[A]}$$

Passiamo alla terza ed ultima equazione:

$$I_3 = \frac{4}{15}[A] \cdot \left( \frac{300[\Omega] \cdot 100[\Omega]}{300[\Omega] \cdot 75[\Omega] + 100[\Omega] \cdot 75[\Omega] + 100[\Omega] \cdot 300[\Omega]} \right)$$

$$I_3 = \frac{4}{15}[A] \cdot \left( \frac{(3 \cdot 10^4)[\Omega^2]}{(3 \cdot 10^2 \cdot 3 \cdot 25)[\Omega^2] + (10^2 \cdot 3 \cdot 25)[\Omega^2] + (3 \cdot 10^2 \cdot 10^2)[\Omega^2]} \right)$$

$$I_3 = \frac{4}{15}[A] \cdot \left( \frac{(\cancel{3} \cdot 10^4)\cancel{[\Omega^2]}}{\cancel{3[\Omega^2] \cdot} \left( (10^2 \cdot 3 \cdot 25) + (10^2 \cdot 25) + (10^4) \right)} \right)$$

$$I_3 = \frac{4}{15}[A] \cdot \left( \frac{10^2 \cdot 25 \cdot 4}{(10^2 \cdot 3 \cdot 25) + (10^2 \cdot 25) + (10^2 \cdot 25 \cdot 4)} \right)$$

$$I_3 = \frac{4}{15}[A] \cdot \left( \frac{10^2 \cdot \cancel{25} \cdot 4}{\cancel{25} \cdot \left( (10^2 \cdot 3) + (10^2) + (10^2 \cdot 4) \right)} \right)$$

$$I_3 = \frac{4}{15}[A] \cdot \left( \frac{400}{(300 + 100 + 400)} \right)$$

$$I_3 = \frac{4}{15}[A] \cdot \left( \frac{400}{800} \right) \rightarrow I_3 = \left( \frac{4}{15} \cdot \frac{1}{2} \right)[A] \rightarrow \boldsymbol{I_3 = \frac{2}{15}[A]}$$

Ora abbiamo le 3 correnti di ramo:

$$I_1 = \frac{1}{10}[A];\ I_2 = \frac{4}{45}[A];\ I_3 = \frac{2}{15}[A]$$

Per verificare che sia tutto corretto calcoliamo la corrente erogata Sapendoo che $I = I_1 + I_2 + I_3$ quindi:

$$I = \left( \frac{1}{10} + \frac{1}{30} + \frac{2}{15} \right)[A] \rightarrow I = \frac{3 + 1 + 4}{30}[A] \rightarrow I = \frac{8}{30}[A] \rightarrow \boldsymbol{I = \frac{4}{15}[A]}$$