

# Leggi di Kirchhoff

Definita la topologia del circuito con Rami, Nodi e Maglie, nell'analisi del circuito non è sufficiente usare le leggi di Ohm. Per ovviare a questa carenza il fisico tedesco Gustav Robert Kirchhoff postulò due leggi che, unite alle leggi di Ohm, sono sufficienti per analizzare un circuito.

## KCL (Kirchhoff Current Law) – I principio di Kirchhoff

La KCL o primo principio di Kirchhoff o Principio di Kirchhoff ai nodi, serve ad analizzare le correnti che scorrono nei nodi. In particolare, la KCL dice che:

*“La somma algebrica delle correnti entranti ed uscenti dai nodi è uguale a zero.”*

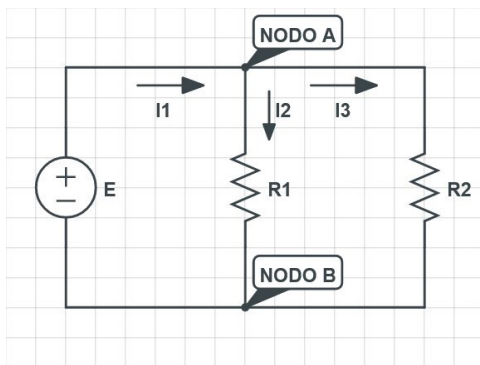
Matematicamente possiamo esprimerlo come segue:

$$\sum_{n=1}^N I_n = 0[A]$$

Per esteso la formula diventa così:

$$I_1 + I_2 + I_3 + \dots + I_{n-1} + I_n = 0[A]$$

Per effetto della KCL possiamo anche dire che le correnti entranti ed uscenti da un nodo si equivalgono.



Vediamo qui un esempio con un circuito con 3 rami, 2 nodi e 3 maglie con 3 correnti che passano nel nodo A, una in ingresso e due in uscita.

Secondo la KCL

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0$$

*I<sub>2</sub> ed I<sub>3</sub> hanno segno negativo in quanto uscenti dal nodo mentre I<sub>1</sub> ha segno positivo in quanto entrante.*

$$I_1 = I_2 + I_3$$

Analogamente:

$$I_2 = I_1 - I_3 \text{ ed } I_3 = I_1 - I_2$$

Come detto in precedenza Kirchhoff ed Ohm sono complementari per cui possiamo affermare che le cadute di tensione sui bipoli passivi  $R_1$  ed  $R_2$  sono pari a:

$$V_{R2} = I_2 \cdot R_2$$

$$V_{R3} = I_3 \cdot R_3$$

Ma, tenendo conto che  $I_1 = I_2 + I_3$ , trovate  $I_2$  ed  $I_3$  tramite Ohm, avremo anche  $I_1$ .

Per trovare le singole correnti ci verrà incontro però il secondo principio di Kirchhoff.

## KVL (Kirchhoff Voltage Law) – Il principio di Kirchhoff

La KVL o secondo principio di Kirchhoff o Principio di Kirchhoff alle maglie, serve a trovare le cadute di tensione sui componenti utilizzatori (bipoli passivi) nelle singole maglie.

In particolare, la KVL dice che:

*“La somma algebrica delle forze elettro-motrici e delle cadute di tensione in una maglia è uguale a zero.”*

Che matematicamente si può descrivere con la seguente formula:

$$\sum_{m=1}^M \Delta V_m = 0[V]$$

Per esteso la formula sarà:

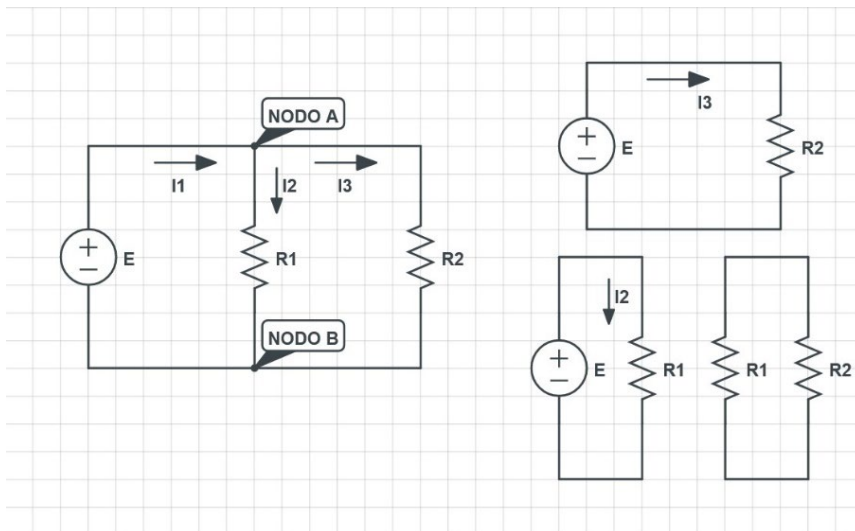
$$\Delta V_1 + \Delta V_2 + \Delta V_3 + \dots + \Delta V_{m-1} + \Delta V_m = 0[V]$$

Visto quanto sopra si può affermare che la somma delle forze elettro-motrici in una maglia è uguale alla somma delle cadute di tensione in essa:

$$\sum_{m=1}^M E_m = \sum_{m=1}^M V_m$$

per esteso:  $E_1 + E_2 + \dots + E_m = V_1 + V_2 + \dots + V_m$

Vediamo ora un esempio:



Innanzitutto, identifichiamo le 3 maglie. Vediamo subito che nella terza non abbiamo forze elettro-motrici quindi non avremo, per la KVL, cadute di tensione.

Nella prima maglia in esame abbiamo che:

$$E - V_{R2} = 0; E = V_{R2}$$

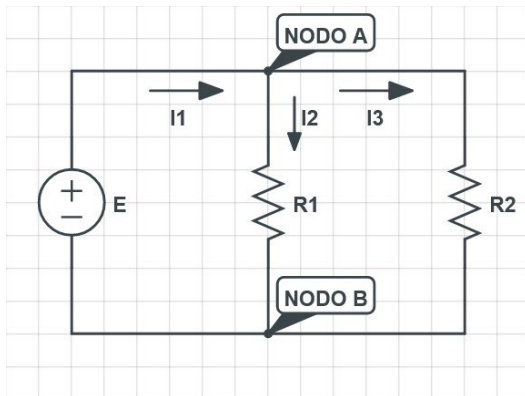
Nella seconda maglia in esame invece avremo che:

$$E - V_{R1} = 0; E = V_{R1}$$

Ora che abbiamo trovato le cadute di tensione, possiamo sfruttare la KCL ed Ohm per analizzare tutto il circuito.

## L'analisi completa del circuito

Applicate la KVL e la KCL, con Ohm possiamo completare l'analisi del nostro circuito.



La KCL ci dice che:  $I_1 = I_2 + I_3$

La KVL ci dice che:  $V_{R1} = V_{R2} = E$

Ohm ci dice che:  $I_2 = \frac{E}{R_1}$ ;  $I_3 = \frac{E}{R_2}$

Assegniamo dei valori alle componenti e proviamo a risolvere un esempio:

$$E = 5[V]; R_1 = 150[\Omega]; R_2 = 500[\Omega]$$

La KVL ci dice che  $V_{R1} = V_{R2} = E = 5[V]$

$$\text{Ohm ci dice che: } I_2 = \frac{5[V]}{150[\Omega]}; I_3 = \frac{5[V]}{500[\Omega]}$$

$$I_2 = \frac{1 \cdot 5[V]}{5 \cdot 30[\Omega]}; I_3 = \frac{1 \cdot 5[V]}{5 \cdot 100[\Omega]}$$

$$I_2 = \frac{1}{30}[A]; I_3 = \frac{1}{100}[A]$$

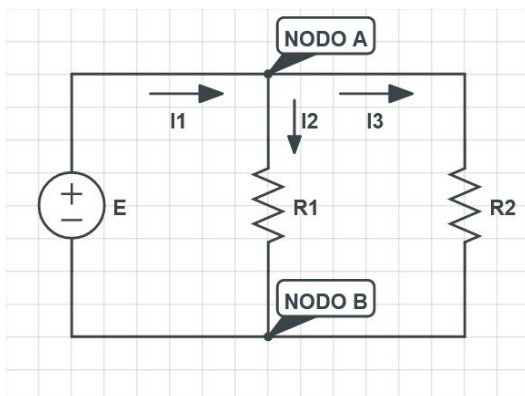
$$I_2 \cong 33 \cdot 10^{-3}[A]; I_3 = 10 \cdot 10^{-3}[A]$$

$$I_2 \cong 33[mA]; I_3 = 10[mA]$$

$\cong$  "Circa Ugua" perché è presente un'approssimazione

$$I_1 = I_2 + I_3; I_1 = (33 + 10)[mA]; I_1 = 43[mA]$$

**Ora abbiamo completato l'analisi del circuito e ne conosciamo tutti i valori usando KVL, KCL ed Ohm.**



$$\begin{aligned} E &= 5[V] \\ R_1 &= 150[\Omega] \\ R_2 &= 500[\Omega] \\ V_{R1} &= 5[V] \\ V_{R2} &= 5[V] \\ I_1 &\cong 43[mA] \\ I_2 &\cong 33[mA] \\ I_3 &= 10[mA] \end{aligned}$$